HVG.HU \ HVG HETILAP \ 2015\30. SZÁM

A PI KÖZELÍTÉSÉNEK HASZNA

Hét tizedes meg a többiek

http://hvg.hu/hvgfriss/2015.30/201530_a_pi_kozelitesenek_haszna_het_tizedes_meg_a

2015. július 22., szerda

A szuperszámítógépek „zavarba ejtésén" túl ma már inkább csak sportértéke van a pi szám egyre pontosabb – évezredeken keresztül tökéletesített – meghatározásának.
Minden érdeklődőt szeretettel várnak július 22-én az Adelaide-i Egyetem matematika tanszékén, hogy közösen megfessék a pi szám első ezer tizedesjegyét. Ez a performansz csak egy a világszerte megrendezett számos programból, amelyekkel minden évben megünneplik a pit. Új rekorddal viszont most sem a profi, sem a hobbimatematikusok nem készülnek, így egy ideig még marad a tavaly 208 nap alatt kiszámított valamivel több, mint 13 trillió tizedesjegy (ha minden számjegy egy milliméter szélességű lenne, több mint 331-szer érné körül az Egyenlítőt). A régóta „ünnepelt" júliusi dátum (a legjelesebb, a március 14. mellett, ami számokkal leírva 3,14, vagyis a pi első három számjegye) azért fontos, mert a huszonkettőt héttel osztva jó közelítő értéket ad a pire. Olyan jót, hogy bár az ókori görög matematikustól, Arkhimédésztől származik, egészen a középkorig használatban volt.
A kör törvényszerűségeinek problematikájáról az első írásos emlék még régebbről maradt fenn. Az időszámításunk előtti második évezredből származó – megtalálójáról, egy skót régiségkereskedőről 1858-ban Rhind-papirusznak elnevezett – óegyiptomi tekercsen található képlettel a kör területét lehet kiszámítani. Úgy tűnik, még nem ismerték fel a kör kerülete és átmérője közötti állandó arányt, viszont „ránézésre" elég jó közelítést adtak. A dokumentum sejtése szerint ugyanis egy 9 egységnyi átmérőjű kör területe megegyezik egy 8 egységnyi oldalú négyzetével; ebből 3,16 jön ki a „pire". Ugyanebben az időben Mezopotámiában például közelítő értékként még a 3-at használták, ez utóbb az Ószövetségben, a Királyok első könyvében is megjelenik, amikor Salamon király palotájában készítettek egy kerek medencét. „10 könyököt tett ki egyik peremétől a másikig (...) és egy 30 könyöknyi zsinór érte körül." Vagyis, mivel az átmérő 10 egység, a kerület pedig 30, az állandó három.
Arkhimédész bizonyította elsőként, hogy a kör kerületének és átmérőjének aránya ugyanannyi, mint a területének és sugara négyzetének az aránya, és hogy ez a kör méretétől független állandó. Ő a körbe, illetve a kör köré rajzolt, azt befoglaló sokszögek területével „bűvészkedett", így szorította az ominózus állandó értékét 3 +

10/71 (nagyjából: 3,1408) és 3 + 1/7 (nagyjából: 3,1429) közé. Ez utóbbi érték a már említett 22/7. A sokszögek még hosszú évszázadokig meghatározták a pi további tizedeseinek kiszámítását. Egy német származású holland erődítményépítő, matematikus, Ludolph van Ceulen 1596-ban megjelent könyvében egy 515 396 075 520 oldalú befoglaló és körülíró (virtuális) sokszöget használt. Ezzel a módszerrel akkor húsz, majd összesen 35 tizedesjegy pontosságig tudta megállapítani a pi értékét, amelyet ezért Ludolph-féle számnak is neveznek, a legjobb közelítését pedig felvésték a matematikus sírjára.
Az újabb tizedesjegyek kiszámításához „később a sokszögesítés helyett már inkább úgynevezett végtelen sorokat használtak, például minél több pozitív egész szám négyzetének reciprokait adták össze. Ez azért jó, mert ezek az összegek elég gyorsan közelítenek a pontos értékhez. A 10 a négyzeten még száz, tehát egy század a reciprok, 20 a négyzeten viszont már egy négyszázad, tehát már csak ennyivel nő az összeg" – magyarázza Szalay László, a Nyugat-magyarországi Egyetem matematikai intézetének igazgatója, aki két éve Japánban tartott előadást a piről. A matematika ezen ága, mondhatni, véletlenül került a képbe, miután az ilyen végtelen sorok kutatásának „melléktermékeként" nemegyszer adódott olyan képlet, ami a pire épült. A XVII. században merült fel például a kérdés, hogy a pozitív egész számok négyzetének reciprokainak az összege (1+1/4+1/9+1/16+1/25+...) vajon végtelen-e, vagy – mivel egyre kisebb számokat adunk össze – egy konkrét határértékhez közelít, azt sosem érve el. A határérték létezését igazolni majd csak száz évvel később, 1735-ben sikerült Leonhard Euler svájci matematikusnak, aki egyúttal azt is bizonyította, hogy a határérték éppen pi négyzetének a hatoda. Ő szilárdította meg a köztudatban, a görög kerület szó első betűje nyomán, a pi elnevezést.
„Az ilyen módszerek alkalmasak arra, hogy megállapítsuk, az eddig kiszámolt tizedesek helyesek-e. Kell venni egy olyan matematikai tételt, ami már bizonyítást nyert, és azt úgy átalakítani, hogy a pire kapjunk egy számítási képletet. Így biztosak lehetünk abban, hogy a pi értéke helyes lesz" – hangsúlyozza Szalay. A számítógépek kora előtti legpontosabb közelítés William Shanks brit matematikus nevéhez fűződik, aki 1873-ban, 30 évi munka végén 707 tizedesjegyig jutott. Eredményéről azonban 1944-ben kimutatták, hogy az 528. tizedestől hibás.
Már a XVIII. században rájöttek, hogy a pi irracionális szám, vagyis nem írható fel két egész szám hányadosaként, végtelen sok tizedesjegyből áll, és ebben a végtelen sorban ismétlődő minták sincsenek. Bár az állandó felbukkanása a természetben és a különféle számításokban szinte végtelen – a hullámok terjedésétől a gyógyszerkutatáson (statisztikai eloszlások képletében) és a GPS-rendszereken át a DNS kettős spirálját leíró formuláig –, a minél több tizedesjegy kiszámítása már régóta a sport (és a matematikai kihívás) kategóriájába tartozik, közvetlen gyakorlati haszna nincs. „Hét tizedessel a dolgok általában már a szükséges pontossággal

számíthatók” – így Szalay. A NASA-nál is maximum 16 tizedessel dolgoznak az űrhajók irányításánál, és nem szokták elvéteni a célt. James Grime, a Cambridge-i Egyetem matematikusa pedig 2013-ban arra jutott, a pi 39 tizedese is elég lehet az univerzum kerületének olyan pontosságú meghatározásához, hogy az eltérés (a „teljes” pivel számolt értékhez képest) kisebb legyen, mint egy hidrogénatom mérete.
„További tizedeseket kiszámítani kicsit olyan, mint a Mount Everest megmászása oxigénpalack nélkül. Semmi szükség rá” – fogalmazott Albrecht Beutelspacher, a GieĂźeni Egyetem matematikaprofesszora egy három évvel ezelőtti interjúban. Az 1940-es években a számítógépek tudománya ezzel együtt újra divatba hozta a kutatást – némileg indirekt módon. Egyrészt a legújabb fejlesztésű komputereknek remek reklám volt újabb tizedesek kiszámolása, másrészt a kalkuláció helyességéből és gyorsaságából következtetni lehetett a gép minőségére. „A pi számolása a számítógépeknek egyfajta terheléses teszt, amolyan digitális kardiogram” – említette David Blatner 1997-es, The Joy of Pi című könyvében.
„A mai számítógépeknél is alkalmazott módszerek alapjait Srínivásza Rámánudzsan indiai matematikus fektette le, aki az 1910-es években egy egészen új megközelítést fedezett fel az 1/pire vonatkozóan” – teszi hozzá Baricz Árpád, az Óbudai Egyetem kutatója és a Babes–Bolyai Tudományegyetem oktatója. Hogy miként jött rá arra, hogy ellipsziseket is bele kell „keverni” az ügybe, az sosem derült ki, Rámánudzsan ugyanis kitartott amellett, hogy maga Namagiri istenség súgta meg neki álmában a megoldást. Akárhogyan is, a szóban forgó megközelítésen alapuló formulával állították fel például a jelenlegit megelőző rekordot is 2013-ban, amikor 12,1 trillió tizedesjegyig jutottak.

****

3,14 - Tökéletes hamisítvány

http://magyarnarancs.hu/tudomany/314_-_tokeletes_hamisitvany-68464

2008/11. (03. 13.)

Kiss Barnabás

A pi irracionális, azaz nem írható le két egész szám hányadosaként, de ez a legkevésbé sem zavarja abban, hogy tökéletesen használható legyen. Az euklideszi geometriában a kör kerületének és átmérőjének arányaként definiálhatjuk. Értékét csupán megközelítőleg, a teljes pontosság elhanyagolásával tudjuk kifejezni, egy végtelen tizedes tört alakjában. Ebben persze nem egyedülálló, hasonlóra könnyen találunk példákat az olyan pozitív egész számok négyzetgyökeiben, melyek nem fejezik ki valamely egész számnak a négyzetét, a pi mellett a leghíresebb a gyök 2 (Ö2).

A pi irracionális, azaz nem írható le két egész szám hányadosaként, de ez a legkevésbé sem zavarja abban, hogy tökéletesen használható legyen. Az euklideszi geometriában a kör kerületének és átmérőjének arányaként definiálhatjuk. Értékét csupán megközelítőleg, a teljes pontosság elhanyagolásával tudjuk kifejezni, egy végtelen tizedes tört alakjában. Ebben persze nem egyedülálló, hasonlóra könnyen találunk példákat az olyan pozitív egész számok négyzetgyökeiben, melyek nem fejezik ki valamely egész számnak a négyzetét, a pi mellett a leghíresebb a gyök 2 (Ö2).

A pi azonban nemcsak irracionális, de transzcendens szám is, ami azt jelenti, hogy nincs olyan racionális együtthatós algebrai egyenlet, melynek a pi lenne a megoldása. Ráadásul mindenütt ott van! Megjelenik a hold- és napkorongon, a szivárványban, a szem pupillájában és a vízbe pottyant esőcseppek fodrozta hullámokban. Még a DNS kettős spirálja is a pi körül forog. És mivel ott rejtőzik minden hullámban és fodrozódásban, a színek és a zene is elképzelhetetlen nélküle. Megtalálták már a gravitációelméletben és az atomi részecskék energiaelméletében, felbukkan az elhalálozási statisztikák Gauss-féle normaeloszlási jellegében.

Valószínűleg már a babiloniak is rádöbbentek arra, hogy életük nem lesz kerek irracionális számok nélkül, de nem hitték el, s így csupán a 25/8-ig jutottak (3,125). De már ez is használható valamelyest: az egyiptomiak e szám segítségével piramisokat építettek. Sok viszontagság után színre léptek a görögök, s i. e. 410 körül a kürénéi Theodórosz volt, aki forradalmi módon bevezette a matematikába az irracionális szám fogalmát. A matematika fejlődésére ez legalább olyan hatással volt, mint másik ünnepeltünk munkássága a fizikáéra.

Szögbelövés

Ehhez persze Arkhimédészre (i. e. 3. század) is szükség volt, aki egyebek mellett bonyolult számítási elméletével vált halhatatlanná. A roppant bonyolult számítás lényege, hogy a kör kerületét leginkább a kör "köré" (érintő) és "bele" (húr) rajzolt sokszögekkel lehet modellezni - minél több szögünk van, annál közelebb kerülünk a pontos kerülethez, amit a kör átmérőjével elosztva pi-közeli eredményhez jutunk.

Az arab kultúra híres matematikusa, Al-Kashi 1430 körül 17 tizedesjegyig jutott, a XVI. században Ludolph van Ceulen 20-ig, majd 36-ig. 1706-ban Eilliam Jones gondolt egyet, és az egészet a görög p hanggal, vagyis a ma már jól ismert pi (p) szimbólummal fejezte ki, mivel ez a görög "kerület" szó első betűje. A jelet hivatalosan Euler vezette be 1737-ben.

Ma már persze nem archimedesi mód méricskélnek, hanem szuperszámítógéppel. 1996-ban Bailey, Borwein és Plouffe például olyan számítási algoritmust mutatott be, melynek segítségével kiszámítható a pi tetszőleges számjegye, méghozzá az előzőek ismerete nélkül - mindezt 16-os számrendszerben. 1997-re Plouffe megoldotta ugyanezt a tízesben is.

A pi-számítás versenyének Prostja és Sennája David Chudnovsky és Yasumasa Kanada. Sokáig fej-fej mellett haladtak, színtiszta szakmai önérzetből.

Az Amerikában élő, ukrán zsidó származású Chudnovsky és testvére a nyolcvanas évek végén postai úton rendelt alkatrészekből épített saját lakásából szuperszámítógépet és elnevezte m-zerónak. A Chudnovsky testvérek állítják, hogy a pi - mivel a számsorban nincs megjósolható mintázat - tökéletes véletlenszám-hamisítvány, amelyben azért található néhány meglepő dolog. A háromszázmilliomodik tizedesjegy környékén megjelenik a 88888888 számsor. Pár millió számjeggyel odébb tíz hatos integet egymás mellett, aztán valahol a félmilliárdodik tizedesjegy után jön az 123456789, később meg mintha újból elkezdődne a pi: 314159265358. Mindez - mint mondják - véletlen zaj csupán.

A Chudnovsky testvérek a kilencvenes évek végén feladták a küzdelmet, így a színen nem maradt más, mint

a jelenlegi csúcstartó

Yasumasa Kanada és maroknyi kutatócsapata, kik gyári készítésű 800+ gigabyte RAM-mal dolgozó Hitachi szuperszámítógépet nyüstölnek Japánban. Beindítása óta (1999) a gép csak számol és számol és számol, Kanadáék meg reménykednek, hogy nem fagy le, mert akkor minden kezdődhet elölről. Ma már több mint 1 trillió helyiértékig kiszámították a pit, de a számsorban még ekkor sem sikerült semmilyen ismétlődési mintát felfedezni.

Felvetődik a kérdés, hogy mi értelme van meghatározni a p-t ilyen mélységben, ha a 47 tizedesjegynyi pontosságú értékkel számolva is már olyan precízen írható le a világ, amely a tökéletes körtől csak egy elemi proton átmérőjével tér el. A matematikusok azonban életkihívásnak érzik, hogy egyszer a végtelen végére érjenek.

A világnap alkalmából sok helyütt pimemorizáló versenyeket szoktak tartani, a jelenlegi világrekordot Chao Lu kínai versenyző tartja, aki 67 890 tizedesjegyig sorolta a számot, de keringenek kósza hírek egy japánról, Akira Haragichiról, aki 100 000 tizedesjegyig is felmondja, akár álmából felébresztve is, szembeszélben, bár ezt hivatalosan senki nem erősítette meg.

A pi világnapjának "világpillanata" 3. hó 14-én, 15 óra 9 perc 26 másodperc 53 századmásodperckor következik be. Számításaink szerint ez lehetett az a pillanat is, mikor 1879-ben a kis Albert Einstein életében először kieresztette a hangját.